

COMPETÊNCIAS METACOGNITIVAS NO DESENVOLVIMENTO DE ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Élida Maiara Velozo de Castro¹

GD n° 10 – Modelagem Matemática

Resumo: Neste artigo temos por objetivo apresentar o projeto de pesquisa de doutorado, cuja intenção é investigar competências metacognitivas que fomentam o uso de heurísticas dos alunos, de um curso de Licenciatura em Matemática no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Nesse projeto, entendemos a Modelagem Matemática como uma alternativa pedagógica por meio da qual se abordam situações-problema com origem na realidade por meio da matemática. Elegemos como foco de investigação a seguinte questão: *Em que medida as estratégias heurísticas dos alunos são desencadeadas por competências metacognitivas no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática?* A pesquisa será realizada com alunos do 4º ano de um curso de Licenciatura em Matemática na disciplina de Modelagem Matemática. De caráter qualitativo, o estudo seguirá orientações de Experimentos de Ensino. Acreditamos que atividades de modelagem matemática têm potencial para desencadear competências metacognitivas e estas, por sua vez, podem estar associadas a heurísticas utilizadas pelos alunos no desenvolvimento de tais atividades.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Metacognição. Heurísticas. Competência metacognitiva.

INTRODUÇÃO

Ao olharmos para o debate internacional, podemos encontrar diferentes concepções de Modelagem Matemática devido à distintas abordagens educacionais em vários países (BORROMEIO FERRI, 2013). No entanto, Borromeo Ferri (2018) revela haver um forte consenso de que a Modelagem Matemática pode ser descrita como uma atividade cuja característica essencial está no fato de que envolve a transição entre a realidade e a matemática.

Nesse contexto, é importante destacar que a Modelagem Matemática deve ser compreendida para além de um trabalho com problema “pseudo-realista”, que serve apenas para exercitar algoritmos em um problema (mesmo que com características reais) no qual todos os dados são postos, mas uma atividade em que alunos, de vários níveis de ensino, trabalham em questões da realidade, para as quais devem aplicar a matemática.

Essa compreensão nos leva a ponderar sobre alguns pontos importantes nesse tipo de atividade. Primeiro, por envolver questões da realidade, atividades de modelagem matemática, além de conhecimentos matemáticos, requer também conhecimentos extra-

¹ Universidade Estadual de Londrina - UEL; Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática; email do autor: elidamaiara.vc@gmail.com; orientador(a): Lourdes Maria Werle de Almeida.

matemáticos. Segundo, por se tratar de uma atividade com caráter aberto e flexível, ela exige autonomia dos alunos durante seu desenvolvimento. No que se refere ao segundo ponto, Blum (2015) enfatiza que é importante que haja um equilíbrio permanente entre a independência dos alunos e a orientação do professor. Neste sentido, o autor sugere que uma abordagem promissora é ensinar estratégias de aprendizagem, estratégias cognitivas, bem como estratégias metacognitivas, como planejamento, controle ou regulação. Kaiser e Stender (2015) também afirmam é essencial o aluno entender e controlar o próprio processo de trabalho e a organizar os seus próprios pensamentos e apresentá-los de forma compreensível durante a atividade, promovendo assim competências metacognitivas relacionada ao processo de modelagem.

Maa (2006) afirma que a metacognição é vista como uma competência básica em Modelagem, que desempenha papel relevante para a manifestação de outras competências importantes, como a condução independente de problemas ou a autorregulação da aprendizagem. Ainda, segundo o autor, a metacognição está relacionada a “capacidade de um aluno definir seus próprios objetivos, usar métodos e técnicas apropriados em relação ao conteúdo e ao objetivo, além de revisar e julgar seu próprio processo”, ainda “metacognição descreve o pensar sobre o próprio pensamento e controlar os próprios processos de pensamento” (MAA, 2006, p. 118, tradução nossa). Assim, competências metacognitivas são necessárias para definir estratégias para solução de problemas e para executar processos de forma adequada em Modelagem Matemática.

Deste modo, parece haver a indicação de que a metacognição é fundamental no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Isso implica reconhecer que o aluno pode assumir estratégias e procedimentos orientado por competências metacognitivas. Estas competências metacognitivas podem estar diretamente relacionadas ao que Blum (2002) considera competência de modelagem matemática: capacidade de identificar questões, variáveis, relações ou suposições pertinentes em uma dada situação do mundo real, matematizando-as, interpretando e validando a solução do problema matemático resultante em relação à situação dada.

Nesse sentido, ao considerar que atividades de modelagem matemática podem ser complexas e autênticas, Stender (2018) sinaliza para o fato de que os alunos devem trabalhar de forma tão independente quanto possível, o que pode ser internalizado ao longo do tempo e levar à capacidade dos alunos de controlar melhor seu próprio trabalho. Para

que isso ocorra, segundo o autor, faz-se necessário tanto estímulos a competências metacognitivas, quanto o uso de estratégias heurísticas, como a de dividir do problema em partes, estabelecer relações com problemas similares ou análogos, reformular o problema, visualizar o problema de uma forma diferente, variar as quantidades ou os dados disponíveis, etc.

As heurísticas manifestas pelos alunos, quando eles conseguem entender o próprio processo de trabalho e controlar todo o processo de modelagem, que são fundamentais podem emergir de competências metacognitivas relacionada ao processo de modelagem (KAISER; STENDER, 2015). Ou seja, competências metacognitivas podem desencadear estratégias heurísticas adequadas para o desenvolvimento da atividade de modelagem matemática.

Olhar para as competências metacognitivas dos alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática (MAA□, 2006), desde a situação inicial (problemática) até a situação final (solução possível para a problemática), buscando investigar acerca das heurísticas adotadas pelos alunos do curso de Licenciatura em Matemática, como caracterizadas por Stender (2018), é o nosso propósito. Não obstante, ao olhar para as heurísticas, é razoável analisar se as intervenções do professor favorecem ou limitam a ocorrência de tais heurísticas.

REVISÃO ABREVIADA DA TEMÁTICA E A QUESTÃO DE PESQUISA

Embora seja significativo o conjunto de trabalhos que versam sobre as competências na Modelagem Matemática, entre eles, Højgaard (2013), Kaiser (2007), Grunewald (2013), Frejd; Arleback (2011), Maaß (2006), Blum (2011, 2015), Alpers (2017), Kreckler (2017) e Stender; Krosanke; Kaiser (2017), reconhecemos que ainda há várias possibilidades de estudo nesse campo. Dentre essas, destacamos a possibilidade de olhar para as competências metacognitivas dos alunos envolvidos com atividades de modelagem matemática.

Estudos acerca da metacognição dos alunos em Modelagem Matemática já foram realizados por pesquisadores como Vertuan (2013), Vorhölter (2017, 2018, 2019), Hidayat, Zulnaidi; Zamri (2018) e Vorhölter; Krüger e Wendt (2019), no entanto, esses estudos não

discutem sobre as heurísticas dos alunos como realização de um trabalho metacognitivo, foco de interesse de nossa investigação.

Ao estudar a metacognição como uma competência em Modelagem, Vorhölter (2018) discute sobre a estrutura de estratégias metacognitivas utilizadas pelos alunos da 9ª série, focalizando o modo como essas estratégias podem ser mensuradas/medidas. A autora afirma que os estudantes mostram diferentes comportamentos de classificação para estratégias metacognitivas, seja acerca de procedimento, regulação ou avaliação, tanto no nível individual quanto no nível do grupo.

Em Vorhölter (2017), a autora faz considerações sobre as competências metacognitivas são consideradas um componente essencial da competência de modelagem. Diante da constatação dos métodos ou instrumentos insuficientes para medir confiavelmente as competências de modelagem metacognitiva de grupos maiores de alunos, ela discute possibilidades para mensurar tais competências. Nesse contexto, Vorhölter (2017) conclui que, dentre os métodos como gravações em vídeo, observações e registros, um instrumento eficaz é um questionário vinculado à tarefa de modelagem, o qual deve ser aplicado mais de uma vez.

Ao analisar o que denomina de estratégias metacognitivas, necessárias para resolver problemas de Modelagem Matemática, Vorhölter (2019) tem como objetivo, no estudo, apresentar os resultados de um estudo de intervenção visando aprimorar estratégias metacognitivas, de um grupo de 18 estudantes, utilizadas ao trabalhar com 6 problemas de modelagem por um período de 10 meses. Inferiu que os estudantes do grupo de tratamento de metacognição perceberam que eles usaram estratégias significativas para o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Entretanto salienta a necessidade de futuros estudos que contemplem a avaliação das estratégias individuais, bem como levem em consideração instrumentos de coletadas de dados diversificados como por exemplo anotação de observações e auto-relatos.

Hidayat, Zulnaidi, Syed Zamri (2018) em seu trabalho, cuja coleta de dados aconteceu com 538 estudantes de um programa de Educação Matemática da Indonésia, tinham como objetivo investigar a relação entre metacognição e metas de realização que podem influenciar a competência de modelagem matemática em alunos do referido programa. A partir do estudo, os autores indicam quatro dimensões de metacognição: consciência, planejamento, estratégia cognitiva e autocontrole. Essas dimensões agem

como mediadoras, pois fortalecem a associação entre os objetivos de realização e a competência em modelagem matemática. Por fim, concluem que as metas de metacognição e realização afetam positivamente a competência de modelagem matemática dos alunos.

Com o objetivo de descrever diferentes métodos e instrumentos para medir a metacognição dos estudantes em relação à modelagem, Vorhölter, Krüger e Wendt (2019), apresentam apresentar conceitos de metacognição, que são utilizados pelos estudos recentes e que representam resultados importantes nessa área de pesquisa. Os autores consideram que as tarefas de modelagem são problemas complexos, porque nem a matemática a ser usada nem a compreensão adequada da situação do mundo real é fornecida para os alunos. Outras dificuldades são criadas pela natureza dos problemas de modelagem, que derivam do cotidiano atual ou futuro dos alunos, de seus ambientes ou de ciências. Assim, a metacognição é considerada cada vez mais importante para resolver problemas de modelagem. Para subsidiar o trabalho, Vorhölter, Krüger e Wendt (2019) analisaram uma atividade de modelagem matemática desenvolvida por um grupo de alunos ao trabalhar no problema de Modelagem “Pé de Uwe Seeler”. Como resultado, apontaram que não há consenso quanto à conceito de metacognição; os instrumentos usados na atividade para mensurar as competências metacognitivas têm vantagens e desvantagens; professores e alunos devem estar convencidos da importância e utilidade da metacognição para a modelagem. Por fim, os autores sinalizam possibilidade de estudos futuros no sentido de corroborar para entender melhor a influência da metacognição nos processos de modelagem.

O objetivo do trabalho de Vertuan (2013) foi pesquisar como os alunos monitoram as próprias ações cognitivas no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática e quais as influências deste monitoramento no desenvolvimento da própria atividade de Modelagem. Para isso, a coleta de dados aconteceu durante um curso intitulado “Investigações de assuntos do cotidiano por meio da Matemática”, voltado para alunos de curso técnico profissionalizante vinculado ao Ensino Médio e alunos do curso de Licenciatura em Matemática. O autor concluiu, portanto, que práticas de monitoramento cognitivo são aprendidas pelos sujeitos em seu entorno social e cultural. Ainda, que tais práticas fortalecem a importância da unicidade da atividade de Modelagem Matemática e que, o trabalho em grupo exerce influência no desenvolvimento das atividades de modelagem e medeia as aprendizagens dos diferentes sujeitos

Esses trabalhos, assim como a presente investigação, têm como pano de fundo a metacognição ou as competências metacognitivas da Modelagem Matemática, se analisados a partir das lentes de Maab (2004, 2006). Essa competência é umas das cinco apontadas por essa autora e tem com pressuposto pensar sobre o pensar e a gestão do próprio pensamento. Segundo Kaiser (2007), considerar a competência metacognitiva no desenvolvimento de atividades de modelagem é propor-se a analisar como os alunos entendem o próprio processo de trabalho e controlam todo o processo de Modelagem Matemática.

Ao discutirmos competências metacognitivas em atividades de modelagem matemática, reconhecemos o que Stender (2018) e Stender e Kaiser (2015) denominam por estratégias heurísticas dos alunos e nos propomos a investigar acerca da metacognição associada a tais heurísticas. Para além de discutirmos sobre as potencialidades das heurísticas dos alunos associados a aspectos metacognitivos no desenvolvimento de modelagem matemática, esperamos contribuir com o conjunto de pesquisas que focalizam as competências em Modelagem Matemática.

Diante do exposto, elegemos como foco de investigação as seguintes questões:

1 - Que competências metacognitivas podem ser desenvolvidas mediante atividades de modelagem matemática?

2 - Em que medida as estratégias heurísticas dos alunos são desencadeadas por competências metacognitivas no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática?

QUADRO TEÓRICO

As competências metacognitivas em Modelagem Matemática

Diversos estudos têm discutido e defendido o trabalho com Modelagem Matemática em salas de aula por considerar que é no processo de busca por uma solução para uma situação problema que o aluno tem oportunidade de utilizar um conjunto de procedimentos e desenvolver atitudes que podem favorecer a compreensão de conceitos matemáticos, além de contribuir para a formação de sua cidadania.

Como possibilitar ao aluno o envolvimento com situações de seu interesse, da sua realidade, a ponto que ele compreenda conceitos matemáticos, é uma característica da Modelagem Matemática, assumimos, assim como Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 9),

que ela se “constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da Matemática, um problema não essencialmente matemático”. Os autores ainda argumentam que atividades de modelagem matemática, como alternativa pedagógica, apresentam características fundamentais: envolve um conjunto de ações cognitivas do indivíduo; envolve a representação e manipulação de objetos matemáticos; é direcionada para objetivos e metas estabelecidas e/ou reconhecidas pelo aluno.

Nesse sentido, podemos dizer que uma atividade de modelagem matemática se configura na busca por uma solução ou representação matemática para uma situação problema, não essencialmente matemática, que surgiu de um dado contexto e que possibilita o envolvimento com conceitos e procedimentos matemáticos. Nessa busca ocorre a transição de uma situação inicial (problemática) para uma final (solução para a situação inicial).

Ainda, para que haja essa transição é imprescindível que o aluno mobilize, manifeste ou desenvolva competências de Modelagem. Tais competências se referem a capacidade de realizar diversas etapas no processo de modelagem, como entender uma determinada situação do mundo real ou interpretar resultados matemáticos em relação a uma situação. Ou a competência de um indivíduo é sua capacidade de realizar determinadas ações de maneira bem direcionada. Competência de modelagem, em um sentido abrangente, significa a capacidade de construir e usar ou aplicar modelos matemáticos, executando as etapas apropriadas, bem como analisar ou comparar determinados modelos (BLUM, 2015). E neste contexto a competência metacognitiva exerce um papel fundamental.

Segundo Vorhölter, Krüger e Wendt (2019), as tarefas de modelagem, são problemas complexos, porque nem a matemática a ser usada nem a compreensão adequada da situação do mundo real são fornecidas para os alunos. Outras dificuldades são criadas pela natureza dos problemas de modelagem, que derivam do cotidiano atual ou futuro dos alunos, de seus ambientes ou de ciências. Assim, a metacognição é considerada cada vez mais importante para resolver problemas de modelagem.

Blum (2011) enfatiza que “há muitas indicações de que as atividades metacognitivas não são apenas úteis, mas até mesmo necessárias para o desenvolvimento da competência em modelagem” (p. 22). A importância da metacognição para os processos de modelagem é amplamente aceita nas discussões internacionais (BLUM, 2011). Embora

a importância da metacognição nos processos de modelagem seja indiscutível e, nos últimos anos, a relevância da metacognição no contexto da modelagem matemática tenha aumentado, pesquisas sobre competências metacognitivas em modelagem ainda estão em seu início, o que pode justificar o número pequeno de estudos que tratam da metacognição na modelagem (STILLMAN, 2011; SCHNEIDER; ARTELT, 2010; VORHÖLTER, KRÜGER E WENDT, 2019).

Nesse cenário, ao reconhecer a importância da metacognição e buscando entender melhor a sua influência nos processos de modelagem, reconhecemos também que para resolver problemas de modelagem é necessário o conhecimento sobre e o uso de estratégias heurísticas, as quais podem aparecer, de certa forma, associadas à aspectos metacognitivos.

As heurísticas como fonte de investigação

Na intenção de contribuir com os trabalhos que focalizam competências metacognitivas, considerando o contexto de Modelagem Matemática como foco, vislumbramos desenvolver um estudo pautado nas heurísticas que emergem durante o envolvimento dos alunos em atividades de modelagem matemática. Para tanto, assumimos que as heurísticas utilizadas, associadas à aspectos metacognitivos, em uma atividade de modelagem matemática podem se configurar como fonte de informação para o professor e para o aluno, se ambos reconhecerem as competências metacognitivas como possibilidade de ensino e também de aprendizagem.

Para discutirmos acerca de heurísticas buscamos embasamento teórico nas estratégias, na perspectiva de Polya (1973). Esse autor expõe como mote dessa teoria estratégias heurísticas utilizadas na resolução de problemas, que podem ser incorporadas à Modelagem Matemática. Em suas palavras, “os problemas práticos são diferentes em vários aspectos dos problemas puramente matemáticos, ainda que os principais motivos e procedimentos da solução sejam essencialmente os mesmos” (p. 149). Portanto, isso sinaliza que as estratégias heurísticas podem ocorrer em problemas de aplicações, como em Modelagem Matemática.

Nesse sentido Stender (2018) sinaliza que o trabalho metacognitivo do aluno, em atividades de modelagem matemática, permite a realização de estratégias heurísticas, as quais, por sua vez, regulam o trabalho cognitivo real, como fazer os cálculos, criar uma figura ou formular uma função, que podem ser imprescindíveis nesse tipo de atividade.

Com o propósito de refletir sobre as heurísticas e analisar como elas emergem e se manifestam associados à metacognição dos alunos em atividades de modelagem matemática, consideramos, assim como Zawojewski (2013, p. 241) que quando confrontados com um problema que parece sem solução, estratégias de solução de problemas ou heurísticas de solução de problemas, como “identificar um problema similar” ou “simplificar o problema” (por exemplo, substituindo números por números menores), ou “desenhar um diagrama”, são usados para ajudar o solucionador de problemas a procurar e identificar um procedimento correto que atingirá a meta.

Ao considerarmos a Modelagem Matemática como uma atividade de busca e/ou construção de uma resposta ou um modelo para uma situação problema, em que, segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), conhecimentos matemáticos e não matemáticos são acionados e/ou produzidos e integrados, viabilizados por um conjunto de procedimentos, é que acreditamos que as competências metacognitivas se manifestam e, que delas podem incorrer heurísticas.

No envolvimento dos alunos com a metacognição, durante atividades de modelagem matemática, é que buscamos compreender como as heurísticas se manifestam e são utilizadas. Acreditamos que tais heurísticas, que permeiam o desenvolvimento da atividade, retratam atitudes dos alunos na busca por uma solução para o problema e seus conhecimentos acerca da matemática e da situação em foco e, compreendê-las, auxilia nas possíveis intervenções que o professor precisa fazer para viabilizar aprendizagem para os alunos.

Stender e Kaiser (2015) sugerem que estudos futuros busquem investigar o que pode ser feito para fortalecer o desenvolvimento de estratégias heurísticas. Entendemos que isso pode acontecer a partir da compreensão da competência da metacognição no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática, foco de estudo deste trabalho

METODOLOGIA

O presente estudo segue orientações da abordagem qualitativa, pois se pretende compreender em certo grau de complexidade as entrelinhas dos dados coletados, à luz dos referenciais teóricos adotados. Sendo assim, na análise dos dados considerar-se-á os pressupostos da Competência Metacognitiva conforme Maab (2004, 2006), posto que possibilita a compreensão acerca do modo como competências de metacognitivas,

realizadas pelos alunos em ambientes de Modelagem Matemática, podem ser favoráveis ou limitantes à realização de heurísticas nesse contexto. Para que essa compreensão ocorra, delimitamos o cenário e os instrumentos de investigação, bem como a análise dos dados.

A pesquisa empírica associada ao presente projeto está prevista para ser desenvolvida com alunos de um curso de Licenciatura em Matemática.

A coleta dos dados será realizada seguindo orientações da metodologia de Experimentos de Ensino que consistem numa sequência de episódios de ensino que visam a “exploração e explanação da atividade matemática dos estudantes” (STEFFE; THOMPSON, 2000, p. 273). Ainda, para Steffe e Thompson (2000) “a compreensão de que os pesquisadores são participantes nas construções dos estudantes e os estudantes são participantes ativos nas construções de pesquisadores é precisamente o que recomenda a metodologia do experimento de ensino” (p. 301).

No processo de coleta de dados, além dos registros dos alunos, produzidos durante o desenvolvimento de atividade de Modelagem Matemática, serão utilizadas gravações em áudio e em vídeo e anotações do observador/testemunha. Os dados coletados fornecerão subsídios para identificar, classificar e analisar heurísticas dos alunos desencadeadas por competências metacognitivas em atividades de modelagem matemática e, servirão como base para retomada, junto aos alunos, de aspectos que permeiam o desenvolvimento da atividade, sejam em relações aos conteúdos matemáticos, sejam sobre a situação em foco. Por meio disso, pretendemos mapear as competências metacognitivas de modelagem matemática que fomentam o uso de heurísticas dos alunos em atividades de modelagem matemática e investigar como tais competências influenciam o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed. 1ª reimpressão. SP: Contexto, 2013.

ALPERS, Burkhard. The mathematical modelling competencies required for solving engineering statics assignments. In: **Mathematical Modelling and Applications**. Springer, Cham, 2017. p. 189-199.

BLUM, W.. **Applications and modeling in mathematics education** – discussion document. Educational Studies in Mathematics. ICMI Study 14, v. 51, 1, 2, 149-171, 2002.

BLUM, W.. Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?. In: CHO, S. (eds) **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education**. Springer, Cham, fev. 2015. p. 73-96

BLUM, W. Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In: **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Springer, Dordrecht, 2011. p. 15-30.

FERRI, R. B. **Mathematical modeling—The teacher's responsibility**. Journal of Mathematics Education at Teachers College, 2013.

FERRI, R. B. **Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education**. Springer International Publishing, 2018.

FREJD, P; ARLEBACK, J. B. First results from a study investigating swedish upper secondary students' mathematical modelling competencies. In: KAISER, G.; BLUM, W.; BORROMEO, R.; STILLMAN, G.; editors. **Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling**. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling. Dordrecht: Springer; 2011. pp. 407–416

GRUNEWALD, S. The development of modelling competencies by year 9 students: Effects of a modelling project. In: STILLMAN G. A.; KAISER, G.; BLUM, W.; BROWN J. P.; editors. **Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice**. Dordrecht: Springer; 2013. pp. 185–194.

HIDAYAT, R.; ZULNAIDI, H.; ZAMRI, S. N. A. S. Roles of metacognition and achievement goals in mathematical modeling competency: A structural equation modeling analysis. **PloS one**, v. 13, n. 11, 2018.

HØJGAARD, T. Communication: The essential difference between mathematical modeling and problem solving. In: **Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies**. Springer, Dordrecht, 2013. p. 255-264.

KAISER, G. **Modelling and modelling competencies in school**. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, and S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling: Education, Engineering and Economics* (pp. 110–119). Chichester, UK: Horwood, 2007.

KAISER, G.; BRAND, K. Modelling competencies: Past development and further perspectives. In G. A. Stillman, W. Blum, & M. S. Biembengut (Eds.), **Mathematical modelling in education research and practice** (pp. 129–149), 2015. Cham: Springer.

KRECKLER, J. Implementing modelling into classrooms: Results of an empirical research study. In: **Mathematical Modelling and Applications**. Springer, Cham, 2017. p. 277-287.

LESH, R. *et al.* Modeling students' mathematical modeling competencies. **Springer Science+ Business Media**. DOI, v. 10, p. 978-1, 2010.

MAAß, K. **Mathematisches Modellieren im Untewicht**. Hildesheim: Franzbecker, 2004.

MAAß, K. What are modelling competencies? **ZDM**. 2006; 38: 113–142

POLYA, G. **How to solve it: a new aspect of mathematical method**. Princeton: Princeton University Press, 1973.

SCHNEIDER, W.; ARTELT, C. Metacognition and mathematics education. **ZDM**, v. 42, n. 2, p. 149-161, 2010.

STENDER, P.; KROSANKE, N.; KAISER, G.. Scaffolding complex modelling processes: An in-depth study. In: **Mathematical Modelling and Applications**. Springer, Cham, 2017. p. 467-477.

STENDER, P.; KAISER, G. Scaffolding in complex modelling situations. **ZDM**, v. 47, n. 7, p. 1255-1267, 2015.

STENDER, P. The use of heuristic strategies in modelling activities. **ZDM**, v. 50, n. 1-2, p. 315-326, 2018.

STEFFE, L. P; THOMPSON, P. W. Teaching experiment methodology: underlying principles and assential elements. In; LESH, R. ; KELLY, A. E. (Ed). **Research design in mathematics and science education**. Hillsdale: Erlbaum, 2000. p. 267-307.

STILLMAN, G. Applying metacognitive knowledge and strategies in applications and modelling tasks at secondary school. In: **Trends in teaching and learning of mathematical modelling**. Springer, Dordrecht, 2011. p. 165-180.

VERTUAN, R. E. **Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática**. 2013. 247p. Tese de Doutorado (Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2013.

VORHÖLTER, K. Measuring metacognitive modelling competencies. In G. A. Stillman, W. Blum & G. Kaiser (Eds.), **Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education** (pp. 175–185). Cham: Springer, 2017.

VORHÖLTER, K. Conceptualization and measuring of metacognitive modelling competencies: empirical verification of theoretical assumptions. **ZDM Mathematics Education**, 2018.

VORHÖLTER, K. Enhancing metacognitive group strategies for modelling. **ZDM**, p.1-14, 2019.

VORHÖLTER, K.; KRÜGER, A.; WENDT, L. Metacognition in mathematical modeling—An overview. In: **Affect in Mathematical Modeling**. Springer, Cham, 2019. p. 29-51.

WILSON, J; CLARKE, D. Towards the modelling of mathematical metacognition. **Mathematics Education Research Journal**, v. 16, n. 2, p. 25-48, 2004.

ZAWOJEWSKI, Judith. Problem solving versus modeling. In: **Modeling students' mathematical modeling competencies**. Springer, Dordrecht, 2013. p. 237-243.