

## ANÁLISE DO RACIOCÍNIO COVARIACIONAL EM TAREFAS PROPOSTAS A ESTUDANTES DE CÁLCULO

Marcio Alexandre Volpato<sup>1</sup>

GD4 – Educação Matemática no Ensino Superior

**Resumo:** A pesquisa busca investigar como o trabalho com tarefas contextualizadas e as ações do professor na condução de discussões matemáticas contribuem na promoção do raciocínio matemático dos estudantes da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). A pesquisa será baseada nos princípios da Investigação Baseada em Design (IBD) com foco na resolução de tarefas e nas ações do professor na condução de discussões matemáticas. Serão analisadas tarefa que explorem aspectos relacionados à representação gráfica da relação entre grandezas que covariam. Os dados para análise serão originados da produção escrita dos estudantes, dos vídeos gravados e da transcrição da discussão coletiva entre docente e estudantes. Serão considerados os seguintes aspectos: a proposição das tarefas, a condução e discussões das tarefas, as ações de encorajamento e partilha das ideias, a busca por generalizações e formulação de conjecturas, ações essas relacionadas com o desenvolvimento da capacidade de raciocínio matemático em um contexto de aula não convencional.

**Palavras-chave:** Educação Matemática. Ensino de Cálculo Diferencial e Integral. Raciocínio Matemático. Investigação Baseada em Design.

### INTRODUÇÃO

A Matemática nos diversos níveis de ensino ainda é tradicionalmente ensinada como um assunto pronto e acabado: apresentam-se definições, regras e algoritmos aos estudantes a partir dos quais se espera que eles realizem reproduções mecânicas de listas de exercícios. De encontro a essa perspectiva, que se espera dos professores é que mudem a forma de ensinar e que tenham como objetivo fazer com que os estudantes desenvolvam modos de raciocinar matematicamente.

Faz-se necessário trabalhar com tarefas que estimulem o raciocínio, como os conceitos se relacionam uns com os outros, como podem ser usados na resolução dos problemas, na compreensão dos procedimentos, a razão porque funcionam, pois “a articulação entre tarefas com diferentes níveis de exigência e de desafio é essencial para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes.” (MATA-PEREIRA, 2018, p.17).

Para promover o raciocínio matemático nos estudantes que cursam Cálculo Diferencial e Integral (CDI), uma proposta de intervenção (a partir de uma sequência de

---

<sup>1</sup> Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus Londrina – UTFPR-LD; Mestrado Profissional em Ensino de Matemática; marciovolpato@gmail.com; orientador: Dr. André Luis Trevisan.

episódios de resolução de tarefas) e segundo princípios de uma investigação baseada em design (PONTE et al., 2016) são apresentadas no intuito que os estudantes façam inferências justificadas advindas da exploração de conceitos e ideias matemáticas a níveis práticos e intuitivos (GALBRAIT, 1995).

A pesquisa tem como objetivo compreender de que modo o trabalho com tarefas contextualizadas e a ações do professor na condução de discussões matemáticas contribuem na promoção do raciocínio matemático em aulas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Para isso teremos como foco a descrição e análise de episódios de resolução de tarefas em que serão exploradas representações gráficas da relação entre grandezas que covariam.

## **REFERENCIAL TEÓRICO**

### ***Ensino de CDI, o trabalho com tarefas e a promoção do raciocínio***

Professores de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), muitas vezes deparam-se com estudantes oriundos do Ensino Médio que não tiveram a oportunidade em elaborar uma sólida base matemática, apresentando dificuldades em compreender e operar com conceitos próprios da disciplina. Na tentativa de “remediar” tal situação, “muitos professores de Cálculo fazem um exaustivo trabalho focado apenas em técnicas algébricas antes de iniciar o conteúdo do curso propriamente dito.” (ORFALI, 2018, p 132).

Em contrapartida, deve-se pensar situações que promovam a elaboração do raciocínio matemático em estudantes que cursam CDI, permitindo que façam inferências justificadas, sendo que essas advêm da exploração de conceitos e ideias matemáticas a níveis práticos e intuitivos (GALBRAIT, 1995). As discussões matemáticas mostram-se como momentos de trabalho na sala de aula com potencialidades para a promoção do raciocínio matemático, ao favorecerem o envolvimento dos estudantes “na apresentação, justificação, argumentação e negociação de significados para os seus raciocínios quando trabalham com tarefas matematicamente significativas”. (RODRIGUES; MENEZES; PONTE, 2018, p. 399).

Um modelo de aula que valoriza as discussões matemáticas envolve o trabalho com episódios de resolução de tarefas (TREVISAN; MENDES, 2017; TREVISAN; MENDES, 2018). São momentos não precedidos da apresentação de definições ou exemplos similares,

na qual os estudantes, em grupos, trabalham com tarefas que possibilitam a exploração intuitiva de ideias matemáticas e sua posterior sistematização, a partir de discussões entre estudantes e professor.

Mata-Pereira e Ponte destacam alguns princípios de design das tarefas que contribuem à promoção do raciocínio matemático:

a) propor tarefas de natureza diversa, com ênfase em tarefas que incluam questões exploratórias e/ou problemas; b) propor tarefas que incluam questões que incitem a formulação de generalizações; c) propor tarefas que incluam questões que solicitem a justificação de respostas ou processos de resolução; d) propor tarefas que incluam questões com diferentes graus de desafio (MATA PEREIRA e PONTE, 2018, p. 788).

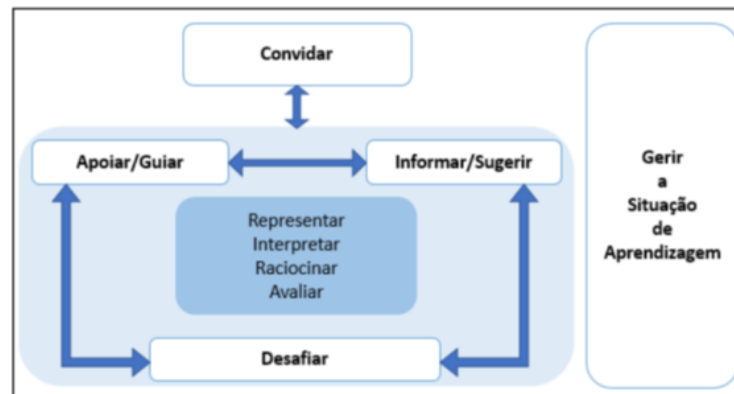
O foco dessa investigação então é nas ações do professor, nas tarefas propostas aos estudantes que proporcionem o desenvolvimento do raciocínio matemático, na discussão coletiva, que tem grande potencial para promover a aprendizagem (PONTE, 2005) e também o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes, cabendo ao professor articular respostas e promover discussões mais aprofundadas das ideias matemáticas envolvidas (STEIN et al., 2008).

Mata-Pereira e Ponte apresentam os princípios de design que o professor deve apresentar, na condução das tarefas para promover o raciocínio matemático:

i) acompanhar a resolução da tarefa, dando apenas as indicações necessárias, com o intuito de não reduzir de modo significativo o desafio da tarefa; ii) solicitar a explicação do “porquê” e justificações alternativas, tanto durante a resolução da tarefa, quanto nos momentos de discussão coletiva; iii) destacar ou solicitar aos estudantes que identifiquem justificações válidas e inválidas, enfatizando o que as valida; iv) propor demonstrações sempre que estas forem pertinentes e adequadas aos conhecimentos dos estudantes; v) encorajar a partilha de ideias nos momentos de discussão coletiva; vi) aceitar e valorizar contribuições incorretas ou parciais, promovendo uma discussão que as desconstrua, complemente ou clarifique; vii) desafiar os estudantes a ir além da tarefa, quer pela formulação de novas questões, quer pela formulação de generalizações. (MATA-PEREIRA e PONTE, 2018, p. 788).

As ações de convidar dão início à discussão coletiva quando o professor incentiva os estudantes a participar, apresentando suas resoluções. A discussão que o professor suscita recorre aos outros três tipos de ações: informar/sugerir (disponibiliza informação ou válida); apoiar/guiar (conduz a apresentar informação); desafiar (ir além do seu conhecimento prévio). Essas ações na discussão, utilizam e fazem recurso de processos matemáticos envolvidos: representar, interpretar, raciocinar e avaliar, conforme modelo apresentado na Figura 1.

**Figura 1: Modelo para Analisar as Ações do Professor**



Fonte: PONTE, MATA-PEREIRA e QUARESMA, 2013, p. 59.

### ***Conceito de Função***

O conceito de função é um dos mais importantes na Matemática e essencial para se compreender conceitos do CDI. Uma função relaciona-se a um conceito matemático que descreve como duas ou mais quantidades variam uma em relação à outra. Tal relação pode ser descrita por palavras, símbolos matemáticos e representações, como gráficos ou tabelas.

No estudo do CDI explora-se o estudo de duas quantidades que variam, bem como do modo como variam. Mestre (2014, p. 71) defende que a “gênese do pensamento funcional acontece quando o estudante se envolve numa atividade, escolhe prestar atenção às quantidades que variam e começa a focar-se na relação entre essas quantidades”. Pesquisadores tem chamado o raciocínio utilizado para interpretar as relações entre variáveis de Raciocínio Covariacional (RC) (ZIEFFLER; GARFIELD, 2009; THOMPSON; CARLSON, 2017).

O RC entendido como o raciocínio utilizado para interpretar relações entre duas variáveis traz as ideias de variação e covariação, necessárias para que se desenvolva um conceito aplicável e eficiente sobre função que é a base na elaboração de conceitos do CDI. (ZIEFFLER; GARFIELD, 2009). Cabe ao professor proporcionar ações que desenvolvam e estimulem esse raciocínio.

## **METODOLOGIA DE INVESTIGAÇÃO**

### ***Caracterização da Pesquisa***

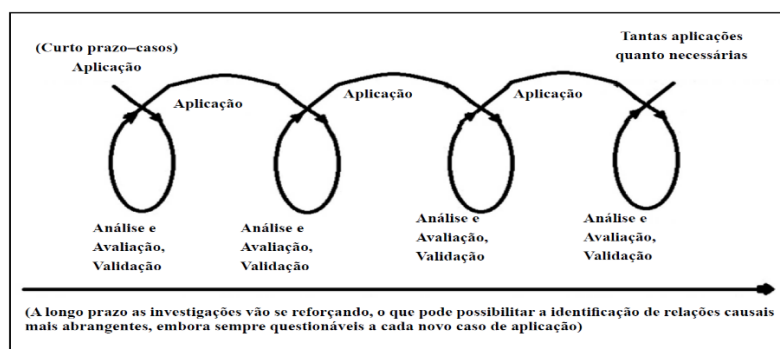
A metodologia utilizada será a Investigação Baseada em Design (IBD), que segundo Ponte et al (2016), está focada nas intervenções dos processos de aprendizagem dos estudantes e na forma dos professores de as promover, em que, a partir da investigação, devem-se desenvolver teorias para sua aplicação (produção de artefatos).

De maneira geral, podemos dizer que uma pesquisa de desenvolvimento refere-se àquelas investigações que envolvem delineamento, desenvolvimento e avaliação de artefatos para serem utilizados na abordagem de um determinado problema, à medida que se busca compreender/explicar suas características, usos e/ou repercussões. Por delineamento, entendemos a elaboração do artefato em sua primeira versão; o desenvolvimento, por sua vez, refere-se ao processo contínuo de seu refinamento por meio da avaliação sistemática (BARBOSA, 2015, p.527)

De acordo com Mckenney e Reeves (2012) destacam-se na IBD 5 características: a) teoricamente orientada, onde as teorias são ponto de partida, de chegada e de investigação; b) intervencionista, utiliza-se o fundamento teórico a fim de produzir produtos educacionais, processos pedagógicos, programas educacionais, políticas educacionais; c) colaborativa: interação entre comunidade de prática e pesquisadores; d) fundamentalmente responsiva: moldada pelo diálogo entre a sabedoria dos participantes, o conhecimento teórico, suas interpretações e advindos da literatura, e pelo conjunto dos testes e validações diversas realizadas em campo e) iterativa: não é feita para terminar, será o início do próximo momento de aperfeiçoamento e de melhorias.

A IBD é uma abordagem baseada em ciclos de estudo, análise, projeção, aplicação e análise dos resultados, que depois são reciclados assim quando for necessário ou possível (Figura 2), dentro de uma abordagem interativa e de refinamento. Ponte et al. (2016) e Gravemeijer e Cobb (2006) referem que este tipo de investigação inclui diversos ciclos dessa abordagem que são fundamentais para o processo de teste, melhoria e compreensão.

**Figura 2: Ciclos De Aplicação, Análise, Avaliação e Validação da IBD**



Fonte: MATTA, SILVA e BOAVENTURA, 2014, p. 29).

## ***Os Participantes***

Este estudo segue uma metodologia de investigação baseada em design (IBD), com ciclos de intervenção e revisão (COBB et al., 2003; PONTE et al., 2016), que nos permite realizar alterações da prática em sala de aula, procurando promover efetivamente o desenvolvimento do RC.

O primeiro ciclo de intervenção foi realizado no 1º semestre de 2019, em uma turma de estudantes de CDI (sob responsabilidade do orientador da pesquisa), na Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Campus de Londrina, no segundo semestre de 2019 em 3 encontros de 3 aulas de 50 minutos. Os estudantes foram organizados em grupos sendo propostas as tarefas para realizarem discussões e resolverem a tarefa, sendo após levada para discussão com todos.

## ***A Recolha de Dados***

A recolha de dados deve ser realizada por um número de ciclos até sua saturação, onde ofereça subsídios suficientes para sua finalização (BARBOSA, p. 535), mas o que observamos em grande parte das pesquisas, onde o tempo é curto, seja por conta de prazos de mestrados, doutorados, agencias financiadoras, restringem essas investigações a um ou poucos ciclos. Realizado um primeiro ciclo no 1º semestre de 2019, optamos por realizar mais um ciclo no 2º semestre de 2019.

A recolha de dados envolve os protocolos dos estudantes na resolução das tarefas, bem como coleta do áudio de discussão nas equipes e de filmagem em vídeo da discussão coletiva envolvendo toda a turma, mediada pelo professor. Nosso intuito é reconhecer e fundamentar as ações do professor em sala de aula e os processos de raciocínio matemático dos estudantes.

## ***Análise de Dados***

A análise dos dados coletados foi realizada buscando identificar os princípios gerais de design para os episódios de resolução de tarefas e nas ações do professor na condução das

discussões coletivas. Na análise dos dados utilizar-se-á da transcrição da discussão coletiva (conduzida pelo professor da disciplina), que ocorre entre docente e estudantes, após o trabalho com a tarefa realizado dentro de cada grupo.

Os trechos da transcrição da discussão coletiva realizada serão selecionados tendo como critério um maior envolvimento da turma na “apresentação, justificação, argumentação e negociação de significados”, conforme Rodrigues, Menezes e Ponte (2018, p. 399), analisados seguindo as etapas presentes no modelo proposto por Powell, Francisco e Maher (2004).

Na análise de dados de vídeo coletados nas investigações, com base nos princípios de design da IBD, sobre o desenvolvimento do raciocínio matemático de estudantes tem-se a preocupação de reconhecer os princípios gerais de design nos episódios de resolução de tarefas e nas as ações do professor na condução das discussões coletivas.

## REFERÊNCIAS

- BARBOSA, J. C.; OLIVEIRA, A. M. P. Por que a pesquisa de desenvolvimento na Educação Matemática? **Perspectivas da Educação Matemática**, INMA/UFMS, v. 8, p. 526-546, 2015.
- COBB, P., MCCLAIN, K., LAMBERG, T., & DEAN, C. Situating teachers' instructional practices in the institutional setting of the school and district. **Educational Researcher**, Washington/DC, v. 32, n. 6, p.13-24, 2003.
- GALBRAIT, P. Mathematics as reasoning. **The Mathematics Teacher**, Syracuse, NY, v. 88, n. 5, p. 412-417, 1995.
- GRAVEMEIJER, K.; COBB, P. Design research from a learning design perspective. In VAN DEN AKKER, J. K. et al (Eds.). **Educational design research**. London: Routledge, 2006. p. 17-51.
- MATA-PEREIRA, J. F. D. G. da. **Ações de professores para promover o raciocínio matemático**. 2018. 198 f. Tese (Doutorado em Educação, especialidade de Didática da Matemática) - Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2018.
- MATA-PEREIRA, J.; PONTE, J. P. Promoting Students' Mathematical Reasoning: a design-based research. **Bolema**. Rio Claro/SP, v. 32, n. 62, p. 781-801, 2018.
- MCKENNEY, S.; REEVES, T. **Conducting educational design research**. Abingdon: Routledge, 2012.
- MESTRE, C. M. M. V. **O desenvolvimento do pensamento algébrico de alunos do 4.º ano de escolaridade: uma experiência de ensino**. 2014. 379 f. Tese (Doutorado em Educação, especialidade de Didática da Matemática). Universidade de Lisboa, Lisboa, 2014.



ORFALI, F. **A conciliação das ideias do cálculo com o currículo da educação básica: o raciocínio covariacional.** 2017, 214 f. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2017.

PONTE, J. P. Gestão curricular em matemática. In: GTI (Ed.) **O professor e o desenvolvimento curricular.** Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P., MATA-PEREIRA, J., & QUARESMA, M. Ações do professor na condução de discussões matemáticas. **Quadrante**, Lisboa/PT, v. 22, n. 2, 2013, p. 55-81.

PONTE, J. P.; CARVALHO, R.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. **Quadrante**, Lisboa/PT, v. 25, n. 2, p. 77-98, 2016.

POWELL, A. B.; FRANCISCO, J. M.; MAHER, C. A. Uma abordagem à análise de dados de vídeo para investigar o desenvolvimento de ideias e raciocínios matemáticos de estudantes. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 17, n. 21, p. 81-140, 2004.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Práticas de Discussão em Sala de Aula de Matemática: os casos de dois professores. **Bolema**, Rio Claro/SP, v. 12, n. 61, p. 398-418, 2018.

STEIN, M. K. et al. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. **Mathematical Thinking and Learning**, Adingdon/UK, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

THOMPSON, P. W., & CARLSON, M. P. Variation, covariation, and functions: Foundational ways of thinking mathematically. In Cai, J. (Ed.). **Compendium for research in mathematics education.** Reston/VA: National Council of Teachers of Mathematics, 2017, p. 421-456.

TREVISAN, A. L.; MENDES, M. T. Integral antes de derivada? Derivada antes de integral? Limite, no final? Uma proposta para organizar um curso de Cálculo Integral. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo/SP, v. 19, n. 3, p. 353-373, 2017.

TREVISAN; A. L.; MENDES, M. T. Ambientes de ensino e aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral organizados a partir de episódios de resolução de tarefas: uma proposta. **Revista Brasileira de Ensino e Tecnologia**, Curitiba/PR, v. 11, n. 1, p. 209-227, 2018.

ZIEFFLER, A. S.; GARFIELD, J. B. Modeling the growth of students' covariational reasoning during an introductory statistics course. **Statistics Education Research Journal**. v. 8, n. 1, p. 7-31, 2009.